VARIACIJE NA MOIVREOVO TEMO

ANTON CEDILNIK

Biotehniška fakulteta
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 12D05, 13-01

Že iz srednje šole poznano Moivreovo formulo za potenciranje kompleksnih števil posplošimo na vse variante dvorazsežne enotske algebre nad poljubnim poljem.

VARIATIONS ON A THEME OF DE MOIVRE

We generalize Moivre's formula for exponentiating complex numbers, well known from high school, to all variants of two-dimensional unital algebras over any field.

Uvod

Algebra – matematična struktura in ne poglavje matematike – je vektorski prostor z dodatno operacijo, imenovano množenje, ki je distributivna in homogena. Bolj podrobno: če je $\mathcal{A}$ vektorski prostor nad komutativnim obsegom (poljem) $\mathbb{F}$ in ima preslikava $(a,b) \in \mathcal{A}^2 \mapsto a \cdot b \in \mathcal{A}$ lastnosti

$$\forall (a,b,c) \in \mathcal{A}^3 : (a+b)\cdot c = a\cdot c + b\cdot c, a\cdot(b+c) = a\cdot b + a\cdot c,$$
$$\forall (\lambda,a,b) \in \mathbb{F}\times\mathcal{A}^2 : (\lambda a)\cdot b = a\cdot(\lambda b) = \lambda(a\cdot b),$$

potem urejeni par $(\mathcal{A},\cdot)$ imenujemo $\mathbb{F}$-**algebra**.

Če ni nevarnosti nesporazuma, po stari navadi namesto $a\cdot b$ pišemo kar ab. Pa tudi λab namesto $\lambda(a\cdot b)$.

Najprej nekaj nujnih definicij. **Razsežnost** (dimenzija) algebre $(\mathcal{A},\cdot)$ je kar dimenzija vektorskega prostora $\mathcal{A}$.

Algebra $(\mathcal{A},\cdot)$ je **asociativna**, če je

$$\forall (a,b,c) \in \mathcal{A}^3 : (ab)c = a(bc),$$

in **komutativna,** če je

$$\forall (a,b) \in \mathcal{A}^2 : ab = ba.$$