

EVDOKSOVA KAMPILA

MARKO RAZPET

Pedagoška fakulteta

Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 14H45, 51M15

Evdoksova kampila je ena od ravninskih krivulj, ki nam pomaga rešiti antični problem podvojitve kocke. Pokazali bomo, kako se z neoznačenim ravnilom in šestilom konstruira posamezne točke kampile, dokazali bomo nekaj njenih lastnosti in utemeljili precej natančno približno metodo za podvojitev kocke.

KAMPYLE OF EUDOXUS

The kampyle of Eudoxus is one of the plane curves that helps us solve the ancient problem of doubling the cube. We will show how to construct the individual points of the kampyle using an unlabelled ruler and a pair of compasses, we will prove some of its properties, and we will justify a fairly accurate approximate method for doubling a cube.

Uvod

Evdoks iz Knida (408–355 pr. n. št.) je bil starogrški matematik in astronom. Bil je Arhitov učenec v Tarentu in Platonov na Akademiji v Atenah. Obiskal je tudi Sicilijo in Egipt. Kasneje je ustanovil svojo šolo v Kiziku ob Marmarskem morju. Pomemben je njegov prispevek v teoriji razmerij in nesoiizmerljivih količin, kar je uporabil Evklid v svojih Elementih.

V astronomiji je Evdoks zagovarjal geocentrični svetovni sistem in za pojasnitev gibanja planetov in Lune uvedel sistem koncentričnih sfer, ki se vrtijo druga v drugi. S tem v zvezi je uvedel še eno krivuljo, ki jo poznamo pod imenom »Evdoksova hipopeda«.

Problem podvojitve kocke je na svojevrsten način, s torusom, valjem in stožcem, rešil pitagorejec in vojaški poveljnik Arhitas iz Tarenta v južni Italiji, rojen med letoma 435 in 410, umrl pa med letoma 360 in 350 pr. n. št. (o njegovi rešitvi več v [3, 5]). Če sledeč Arhitu uporabimo današnje metode in oznake, potem v prostorskem kartezičnem koordinatnem sistemu $Oxyz$ iščemo presečišča torusa $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)$, ki ima polmer zunanega ekvatorja $2a > 0$, polmer notranjega pa 0, valja $x^2 + y^2 = 2ax$ in stožca $x^2 = y^2 + z^2$. Če enačbo stožca zapišemo v obliki $2x^2 = x^2 + y^2 + z^2$ in to upoštevamo v enačbi torusa, pridemo do enačbe $a^2(x^2 + y^2) = x^4$. Upoštevamo še enačbo valja in dobimo enačbo z eno neznanko: $x^4 = 2a^3x$. Njeni realni rešitvi sta $x_1 = 0$ in $x_2 = a\sqrt[3]{2}$. Pozitivna rešitev je rob kocke,