PREPOGIBANJE PAPIRJA, PODVOJITEV KOCKE IN SLUSOVA KONHOIDA

MARKO RAZPET IN NADA RAZPET

Pedagoška fakulteta
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 14H45, 51M15

S prepogibanjem papirja lahko določimo točko, ki razdeli stranico kvadrata v razmerju $1 : \sqrt[3]{2}$. Ta točka je presečišče stranice kvadrata in Slusove konhoide, ki je tudi nožiščna krivulja parabole.

PAPER FOLDING, DUPLICATION OF CUBE AND CONCHOID OF DE SLUZE

By paper folding we can determine a point that divides the side of a square in ratio $1 : \sqrt[3]{2}$. This point is the intersection of this side and a conchoid of de Sluze which is also the pedal curve of a parabola.

Uvod

Podvojitev kocke, tretjinjenje kota in kvadratura kroga so trije klasični grški geometrijski problemi, ki se jih ne da rešiti samo z neoznačenim ravnilom in šestilom, kar so dokazali šele v 19. stoletju. Prvi problem zahteva določiti rob kocke, ki ima prostornino enako dvakratniku prostornine dane kocke. To pomeni, da je treba za dano daljico a konstruirati tako daljico b, za katero je $b = a\sqrt[3]{2}$. Pri drugem problemu je treba dani kot razdeliti na tri enake dele, pri tretjem pa pretvoriti krog v ploščinsko enak kvadrat.

Grki so znali rešiti te tri probleme na poseben način. Problem podvojitve kocke so rešili z Dioklovo cisoido in z uporabo stožnic, kvadraturo kroga z Arhimedovo spiralo ali pa s Hipijevo kvadratriso in tretjinjenje kota z Nikomedovo konhoido. Za risanje nekaterih od teh krivulj so imeli Grki izdelana tudi posebna mehanska orodja.

Poglejmo, kako lahko rešimo problem podvojitve kocke oziroma kako konstruiramo $a\sqrt[3]{2}$ z uporabo dveh kotnikov, kot kaže slika 1. Ustrezno stranico za podvojitev kocke dobimo z višinskim izrekom za pravokotni trikotnik BCD in z razmerjem stranic podobnih trikotnikov AED in CEB:

$$x^2 = ay, \quad \frac{a}{x} = \frac{y}{b}, \quad ab = xy, \quad x^3 = a^2 b.$$

Če je $b = 2a$, potem je $x = a\sqrt[3]{2}$. To konstrukcijo imenujejo tudi Platonova podvojitev kocke (povzeto po [1]).