KONGRUI VEČKOTNIŠKIH ŠTEVIL

MARKO RAZPET

Pedagoška fakulteta
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 11D09

Kongruum je tako naravno število N, za katerega obstajajo naravna števila x, y in z, za katera velja $y^2 - x^2 = z^2 - y^2 = N$. Pokazali bomo, da lahko pojem kongrua posplošimo, če kvadrate v definiciji ustrezno zamenjamo z večkotniškimi števili.

CONGRUA OF POLYGONAL NUMBERS

Congruum is a positive integer N, for which there exist positive integers x, y, and z such that $y^2 - x^2 = z^2 - y^2 = N$. We will show that the concept of congruum can be generalized by replacing squares in the definition by the corresponding polygonal numbers.

Uvod

Besedo *kongruum* je v matematiko vpeljal Leonardo iz Pise (1170–1250) v svoji knjigi *Liber quadratorum*, ki jo je dokončal leta 1225 in je prevedena tudi v angleščino. Njen prevod [2] je opremljen s številnimi opombami in komentarji. Latinska beseda *congruus* pomeni *soglasen*, *skladen*, *primeren*, *prikladen*. V *Liber quadratorum* obravnava Leonardo nekatere probleme, ki so povezani s kvadrati naravnih in racionalnih števil. Eden od teh je tudi *problem kongrua*, ki je bil v Leonardovem času že zelo star, saj je že antični matematik Diofant v 3. stoletju v svoji knjigi *Aritmetika* obravnaval podobne probleme, kasneje pa tudi perzijska matematika Al Hazin (900–971) in Al Karadži (953–1029). Po Leonardu so se s problemom spopadali še drugi, na primer Pierre de Fermat (1607–1665) in Leonhard Euler (1707–1783). Problem še do danes ni v celoti rešen.

Naravno število N je *kongruum*, če obstajajo naravna števila x, y in z, pri čemer je $x < y < z$, tako da veljata relaciji

$$x^2 + N = y^2, \;\; y^2 + N = z^2. \tag{1}$$

Če iz zgornjih enačb izločimo N, dobimo enačbo $x^2 + z^2 = 2y^2$, iz katere sklepamo, da sta x in z iste parnosti.

Pri tem se poraja glavno vprašanje. Ali pri danem N naravna števila x, y in z, ki zadoščajo enačbama v (1), sploh obstajajo in kako jih učinkovito najti? Izkaže se, da ni vsako naravno število kongruum. Že Leonardo