

O ENAČBI KORTEWEG-DE VRIES

TIMOTEJ LEMUT

Fakulteta za matematiko in fiziko,
Univerza v Ljubljani

PACS: 47.35.Fg

V članku opišemo izpeljavo enačbe KdV iz osnovnih hidrodinamskih enačb in prikažemo reševanje enačbe ob predpostavki potujočega vala, najprej za lokalizirano, nato pa še za periodično rešitev.

ON THE KORTEWEG-DE VRIES EQUATION

We derive the KdV equation from the basic equations of hydrodynamics and solve the equation under the assumption of a traveling wave, first in the case of localized solution and then in the case of periodical solution.

Uvod

Enačbo Korteweg-de Vries (KdV) za neznano funkcijo u , spremenljivk x in t , zapišemo kot

$$u_t - 6uu_x + u_{xxx} = 0, \quad (1)$$

kjer podpisana koordinata predstavlja parcialni odvod. Zgornjo enačbo je leta 1877 prvi zapisal Joseph Valentin Boussinesq, 1895 pa še Diederik Korteweg in Gustav de Vries. Vsi trije so študirali valove v plitvi vodi, pojasniti pa so hoteli zanimiv pojav potujočega vala na vodni površini, ki ob potovanju po kanalu/rečni strugi ohranja svojo obliko, za razliko od običajnega vala, katerega oblika se sčasoma razleze ali pa se zlomi.

Pojav je pred tem v kanalu Union med Falkirkom in Edinburghom leta 1834 prvi opazil škotski inženir John Scott Russell in ga potem tudi poustvaril v za to zgrajenem kanalu. Val, ki ohranja obliko, je imenoval translacijski val, poleg tega pa je izmeril, da je hitrost vala sorazmerna njegovi višini. Dodatna presenečenja so sledila pri eksperimentih z več translacijskimi valovi. Translacijski valovi ne interagirajo, temveč v nespremenjeni obliki zapustijo trk. Interakcija med valovi se razkrije le z zamikom glede na položaj, ki bi ga val imel, če bi se gibal s konstantno hitrostjo. Kasneje se je takih in podobnih valov prijelo tudi ime solitonski valovi oziroma krajše solitoni.