

POTENCE KOVINSKIH RAZMERIJ

MARKO RAZPET

Pedagoška fakulteta
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 11A55, 11B39

V prispevku pokažemo, kako se izražajo cele potence kovinskih razmerij v obliki periodičnih verižnih ulomkov.

POWERS OF METALLIC RATIOS

In this contribution we show how the integer powers of metallic ratios can be expressed by periodic continued fractions.

Uvod

V zadnjih desetletjih je z razvojem teorije dinamičnih sistemov nastalo več del, na primer [2, 4, 5], ki obravnavajo kovinska razmerja kot posplošitve bolj znanega zlatega razmerja, ki ga navadno srečamo pri zlategem rezu, pa tudi njihovo uporabo, na primer v [1]. V članku želimo predstaviti nekaj lastnosti kovinskih razmerij. Za razumevanje je treba znati nekaj geometrije in elementarne algebre, reševati homogene linearne diferencialne enačbe s konstantnimi koeficienti ter osnove teorije o verižnih ulomkih, s katerimi bomo izrazili potence s celimi eksponenti kovinskih razmerij.

Kovinski pravokotniki

Vzemimo pravokotnik $ABCD$ s stranicama $a = |AB|$ in $b = |BC|$, pri čemer je $a > b$ in a/b ni naravno število (slika 1).

Od stranice AD proti stranici BC lahko od pravokotnika odrežemo $k = [a/b]$ ($[u]$ pomeni celi del realnega števila u) kvadratov s stranico b , tako da ob stranici BC ostane manjši pravokotnik $BCFE$. Zanima nas, kdaj je pravokotnik $BCFE$ podoben pravokotniku $ABCD$. Pogoje za podobnost je seveda enakost

$$\frac{a - kb}{b} = \frac{b}{a}. \quad (1)$$