

GRÖBNERJEVE BAZE IN REŠEVANJE SISTEMOV NELINEARNIH POLINOMSKIH ENAČB

BRIGITA FERČEC^{1,2}, MATEJ MENCINGER^{3,4}

¹Center za uporabno matematiko in teoretično fiziko, Univerza v Mariboru

²Fakulteta za energetiko, Univerza v Mariboru

³Fakulteta za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo
Univerza v Mariboru

⁴Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko, Ljubljana

Math. Subj. Class. (2010): 13A15, 13B25, 68N30

Obravnavamo Gröbnerjeve baze, ki so pomemben teoretični gradnik moderne teorije polinomskih kolobarjev. Razložimo pomen multideljenja, S -polinoma in Buchbergerjevega algoritma. Opišemo reševanje nekaterih problemov, ki se nanašajo na ideale v polinomskih kolobarjih in se osredotočimo na uporabo pri reševanju sistemov polinomskih enačb ter problemu implicitizacije.

GRÖBNER BASES AND SOLVING NONLINEAR POLYNOMIAL SYSTEMS

Gröbner bases, which are an important building block of modern theory of polynomial ring theory, are considered. The meaning of the multidivision, S -polynomial and Buchberger's algorithm is explained. The use of Gröbner bases in some theoretical aspects concerning the ideals in polynomial rings is considered. We are interested in the use of solving polynomial systems and implicitization problem.

Uvod

V grobem lahko rečemo, da uporabo Gröbnerjevih baz najdemo povsod, kjer nastopijo polinomski ideali oz. polinomske enačbe. Torej ne le v matematiki, temveč tudi v številnih drugih vedah – nekaterih inženirskih problemih, kot je na primer robotika [3, pogl. 6]. V matematiki Gröbnerjeve baze nastopijo pri odgovoru na vprašanje, ali je neki polinom element danega ideala, pri problemu enakosti idealov, izračunu preseka dveh ali več idealov in podobno (glej npr. [3, 9]). Teorijo Gröbnerjevih baz je leta 1965 vpeljal Bruno Buchberger [2]. Na teorijo lahko gledamo s stališča posplošitve Evklidovega algoritma, pa tudi kot na posplošitev Gaussove eliminacije linearnega sistema, katere rezultat je (zgornje-) trikotna oblika linearnega sistema. Teorija Gröbnerjevih baz omogoča računanje (deljenje) v kolobarju polinomov več spremenljivk, ki je analogno računanju (deljenju) v polinomskih kolobarjih ene spremenljivke.

Pogosto moramo v praksi rešiti sistem polinomskih enačb (več spremenljivk)

$$f_1(x, y, z) = 0, f_2(x, y, z) = 0, f_3(x, y, z) = 0 \quad (1)$$