

PROBLEM UMETNOSTNE GALERIJE

ALEKSANDRA FRANC

Fakulteta za računalništvo in informatiko
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 52B55, 55R05

Predstavimo Kleejev problem umetnostne galerije in Fiskovo elegantno rešitev. Nato si ogledamo številne zanimive izpeljanke in končamo s sorodnim in trenutno še nerešenim problemom vsiljivca.

ART GALLERY PROBLEM

Klee's art gallery problem and Fisk's elegant solution are presented. We then explore several variations on the original problem and conclude with a somewhat related and currently unsolved Evasion Problem.

Uvod

Probleme, ki si jih bomo ogledali, bi lahko motivirali s pripovedko o ravbarjih, ki želijo s plenom pobegniti na varno, in žandarjih, ki jih želijo pri tem ujeti. Mi se bomo seveda postavili na stran pravice, ampak da ne bo vse skupaj preveč suhoparno, bomo raje ostali zvesti zgodovinskim formulacijam, tako da bodo žandarje enkrat zamenjali pazniki, drugič pa vitezi ali senzorji. Le nepridipravi bodo ostali nepridipravi, in v zadnjem primeru bomo za trenutek sami prestopili na temno stran.

Najprej si oglejmo problem, ki se je znašel v naslovu tega članka in ki je bil tudi zgodovinsko prvi.

Denimo, da moramo v prostore na sliki 1 namestiti paznike tako, da bodo lahko nadzorovali prav vsako točko. Pazniki vidijo 360° okoli sebe (lahko se vrtijo na mestu), ne morejo pa videti skozi zidove, prav tako pa se ne smejo sprehajati naokrog. Vsak paznik nas nekaj stane, zato jih seveda želimo najeti čim manj.

Hitro opazimo, da lahko drugi prostor nadzorujemo z enim samim spretno postavljenim paznikom, medtem ko sta za vsakega od preostalih dveh prostorov potrebna po dva. Kaj pa, če so tlorisi prostorov, ki jih želimo nadzorovati, še bolj zapleteni?

Naslednji problem je avgusta leta 1973 na konferenci v Stanfordu zastavil ameriški matematik Victor Klee [7]:

Problem 1. *Tloris umetnostne galerije ima obliko (ravninskega) mnogokotnika z n oglišči. Najmanj koliko paznikov potrebujemo, da bo vsako točko v galeriji nadziral vsaj eden?*