REŠETO ZA ISKANJE PRAŠTEVILSKIH DVOJČKOV

SREČKO LAMPRET

Osnovna šola Vuzenica

Math. Subj. Class. (2010): 11A41

V članku izpeljemo novo karakterizacijo praštevilskih dvojčkov. S tem rezultatom dobimo elementarno metodo za iskanje praštevilskih dvojčkov do poljubno izbranega naravnega števila.

SIEVING TWIN PRIME PAIRS

In this paper a new characterization of twin prime pairs is obtained. This result gives us an elementary method for finding twin prime pairs up to a given integer.

Praštevilski dvojček je par praštevil oblike $(p, p+2)$. Razen 2 in 3 ima vsako praštevilo obliko $6k-1$ ali $6k+1$. Zato je vsak praštevilski dvojček, razen $(3,5)$, oblike $(6k-1, 6k+1)$ za neko naravno število k. V tem članku predstavljamo elementarno metodo za iskanje praštevilskih dvojčkov do poljubnega naravnega števila, ki temelji na spodnjih rezultatih.

Lema 1. *Naj bo p praštevilo oblike $p = 6j+1$ ali $p = 6j-1$. Potem za vsako naravno število i*

$$(6\,(pi+j)-1,\ 6\,(pi+j)+1) \ \ in \ \ (6\,(pi-j)-1,\ 6\,(pi-j)+1)$$

nista praštevilska dvojčka.

Dokaz. Najprej predpostavimo, da je $p = 6j+1$. Potem sta $6\,(pi+j)+1 = 6pi+p = p\,(6i+1)$ in $6\,(pi-j)-1 = 6pi-p = p\,(6i-1)$ sestavljeni števili za vsako naravno število i. Podobno, če je $p = 6j-1$, vidimo, da sta $6\,(pi+j)-1$ in $6\,(pi-j)+1$ sestavljeni števili za vsako naravno število i.■

Izrek 2. *Naj bo k naravno število. Potem $(6k-1, 6k+1)$ ni praštevilski dvojček natanko tedaj, ko obstaja praštevilo $p \leqslant \sqrt{6k+1}$ oblike $6j \pm 1$ in tako naravno število i, da je $k = pi+j$ ali $k = pi-j$.*

Dokaz. Najprej predpostavimo, da $(6k-1, 6k+1)$ ni praštevilski dvojček. Potem bodisi $6k-1$ ali $6k+1$ ni praštevilo.

Oglejmo si primer, ko $6k-1$ ni praštevilo. Potem obstaja tako praštevilo $p \leq \sqrt{6k-1} \leq \sqrt{6k+1}$, da p deli $6k-1$. Zato $p \neq 2, 3$. Po izreku o deljenju z ostankom obstajata taki nenegativni celi števili n, r, da je $k = pn + r$ in