PONCELETOVE KRIVULJE

MIRKO DOBOVIŠEK

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 15A63, 47A12, 51M04

V 18. stoletju so opazili, da velja naslednje: če sta krožnici včrtana in očrtana krožnica nekemu trikotniku, sta včrtana in očrtana krožnica še neskončno mnogo trikotnikom z oglišči na zunanji krožnici. Taki krivulji so poimenovali Ponceletovi krivulji. V članku obravnavamo zgodovinski razvoj iskanja takih parov krivulj. Izkazalo se je, da enako velja tudi pri n-kotnikih. Ko so odkrili, da takšne krivulje niso nujno kvadrike, je raziskovanje dobilo nov zalet. Cele družine takih krivulj so dobili kot rob numerične zaloge vrednosti matrike. V članku je definicija numeričnega zaklada, prikaz, kako dobimo Ponceletovo krivuljo kot rob numeričnega zaklada, in primer, ko Ponceletova krivulja ni elipsa. Pred nekaj leti so ovrgli tudi hipotezo, da je vsaka Ponceletova krivulja rob numeričnega zaklada. Klasifikacija vseh Ponceletovih krivulj je zato še vedno odprt problem.

PONCELET CURVES

In the 18th century mathematicians established the following: given two circles C_1, inscribed to a given triangle, and C_2, circumscribed to the same triangle, then C_1 and C_2 are inscribed and circumscribed circle to an infinite number of triangles. Such a pair of curves is called Poncelet's curves. In this article the early history of Poncelet's porism is discussed. The same property occurs also in the case of an n-sided polygon. In 1998 it was proved that the boundary of the numerical range on any $n \times n$ matrix that admits unitary bordering is an $(n+1)$-Poncelet's curve with respect to the unitary circle, and that such curves need not be quadrics. The example of a Poncelet's curve that is not a quadric is given in this article. It is already known that not all Poncelet's curves are boundaries of a numerical range. All Poncelet's curves with respect to a circle have not yet been classified.

Ponceletova krivulja

Znana formula iz geometrije pove naslednje:

Trditev 1. *Naj ima trikotniku očrtana krožnica polmer R, istemu trikotniku včrtana krožnica pa polmer r. Če označimo z d razdaljo med središčema teh dveh krožnic, je*

$$d^2 = R^2 - 2rR. \tag{1}$$