RIMSKO DOMINANTNO ŠTEVILO

POLONA PAVLIČ[1], JANEZ ŽEROVNIK[2,3]

[1]Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Univerza v Mariboru
[2]Fakulteta za strojništvo, Univerza v Ljubljani
[3]Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko

Math. Subj. Class. (2010): 05C69

Na podlagi motivacije iz vsakdanjega življenja predstavimo koncept dominacije ter rimske dominacije. Natančneje se posvetimo slednji. Predstavimo nekaj osnovnih lastnosti koncepta ter jih uporabimo za določitev vrednosti rimskih dominantnih števil nekaterih posebnih družin grafov.

THE ROMAN DOMINATION NUMBER

We present a concept of the domination and the Roman domination based on motivation from everyday life. We focus our attention to the Roman domination and present some basic properties of this graph invariant. Using these properties we determine the exact values of the Roman domination number of some special graph classes.

Uvod

Predstavljajmo si, da želimo po državi razporediti centre za reševanje tako, da bo teh čim manj in da bodo reševalci prispeli na pomoč v vsako občino v dogovorjeno kratkem času. Probleme te vrste učinkovito opišemo v jeziku teorije grafov takole: Vsako lokacijo predstavimo s točko, imenovano *vozlišče*, med dvema lokacijama pa narišemo črto (pravimo ji *povezava*), če obstaja (hitra) pot med tema lokacijama. Tako množico vozlišč skupaj s povezavami imenujemo *graf* in jo označimo z $G = (V, E)$, kjer V pomeni množico vozlišč, E pa množico povezav, tj. urejenih parov vozlišč. Če med dvema vozliščema obstaja povezava, pravimo, da sta *sosednji*. Množico vseh sosedov vozlišča u grafa G po navadi označimo z $N(u)$. Naj bo še $N[u] = N(u) \cup \{u\}$. Število sosedov vozlišča u imenujemo *stopnja vozlišča* u. Največjo med vsemi stopnjami vozlišč včasih označimo z $\Delta(G)$.

Problem razporeditev reševalnih enot lahko sedaj opišemo takole: občine predstavimo z grafom, nato pa vsako vozlišče označimo bodisi z 0 bodisi z 1. Pri tem 0 pomeni, da na lokaciji ni reševalne enote, 1 pa, da je. Če te oznake grafa izberemo tako, da je vsaka 0 sosednja z neko 1, potem dobimo zgoraj opisano situacijo. Pravimo, da smo tedaj graf *dominirali*, najmanjšemu možnemu številu enic, ki jih potrebujemo, da bo graf dominiran, pa pravimo *dominantno število grafa*, $\gamma(G)$. Množici vozlišč, označenih z 1 v dominaciji grafa, pravimo tudi *dominantna množica*. Dominantni množici, ki ima $\gamma(G)$ elementov, včasih rečemo tudi γ-*množica*.