STIRLINGOVA ŠTEVILA DRUGE VRSTE V INTEGRALSKI OBLIKI

MARKO RAZPET

Pedagoška fakulteta
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 11B73, 30E20

V prispevku pokažemo, kako lahko Stirlingova števila druge vrste vpeljemo s kompleksnim integralom. Izpeljemo tudi njihove osnovne lastnosti.

STIRLING NUMBERS OF THE SECOND KIND IN INTEGRAL FORM

It is shown how we can introduce the Stirling numbers of the second kind by an integral in the complex domain. Their basic properties are also derived.

Uvod

Namen članka je pokazati preprost primer, v katerem se srečata kombinatorika in kompleksna analiza. Dani množici A priredimo družino vseh njenih podmnožic, ki ji pravimo *potenčna množica* množice A in jo označimo s $\mathcal{P}(A)$. Če ima A končno mnogo elementov, denimo n, potem ima $\mathcal{P}(A)$ še več elementov kot A, in sicer 2^n. To navadno dokažemo s štetjem podmnožic, ki imajo po m elementov, pri čemer je $m = 0, 1, 2, \ldots, n$, in z binomsko formulo, lahko pa se dokaza lotimo tudi z metodo matematične indukcije. Za $n = 0$ je $A = \emptyset$ in $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$, potenčna množica ima $2^0 = 1$ element. Trditev za $n = 0$ res velja. Privzemimo, da je n število elementov množice A in da je število elementov v $\mathcal{P}(A)$ enako 2^n. Denimo, da ima množica B en element več kot A, torej $n + 1$. Brez škode za splošnost lahko vzamemo $B = A \cup \{x\}$, kjer $x \notin A$. Vse podmnožice množice B lahko razdelimo na dve tuji si skupini: na tiste, ki x vsebujejo, in tiste, ki x ne vsebujejo. V prvi so vse podmnožice X množice A, v drugi pa vse $X \cup \{x\}$, kjer je X iz prve skupine. Enih in drugih je ravno 2^n. Zato ima $\mathcal{P}(B)$ natančno $2^n + 2^n = 2^{n+1}$ elementov. S tem smo zapisano trditev dokazali.

Eden od osnovnih pojmov pri množicah je *binarna relacija* v dani množici A (več o tem najdemo na primer v [5]). Pravimo, da je R binarna relacija v A, če je $R \in \mathcal{P}(A \times A)$. Binarna relacija R v A je podmnožica produkta $A \times A$. Če sta $a, b \in A$ v relaciji R, zapišemo kot aRb, kar ni nič drugega kot krajši zapis za $(a, b) \in R$.

Binarne relacije v A, ki ima n elementov, lahko preštejemo. Produkt $A \times A$ ima tedaj n^2 elementov, $\mathcal{P}(A \times A)$ pa 2^{n^2}. Nekatere vrste binarnih