POLTRANZITIVNE ALGEBRE IN VEKTORSKI PROSTORI

DAMJANA KOKOL BUKOVŠEK

Ekonomska fakulteta
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 15A30

V članku obravnavamo poltranzitivne množice matrik, ki imajo kako algebraično strukturo. Poltranzitivnost je lastnost, ki je nekoliko šibkejša od tranzitivnosti. Ukvarjamo se predvsem s poltranzitivnimi algebrami in vektorskimi prostori matrik.

SEMITRANSITIVE ALGEBRAS AND VECTOR SPACES

In this paper we deal with semitransitive sets of matrices having some algebraic structure. Semitransitivity is a property weaker than transitivity. We consider semitransitive algebras and vector spaces of matrices.

Uvod

Naj bo $\mathbb{F}$ komutativen obseg in $\mathbb{M}_n(\mathbb{F})$ algebra vseh $n \times n$ matrik nad $\mathbb{F}$, ki jo gledamo kot algebro vseh linearnih transformacij na vektorskem prostoru $\mathbb{F}^n$ z vnaprej izbrano bazo. Pravimo, da je družina matrik $\mathcal{A} \subset \mathbb{M}_n(\mathbb{F})$ *tranzitivna*, če za poljubna neničelna vektorja $x, y \in \mathbb{F}^n$ obstaja takšna matrika $A \in \mathcal{A}$, da velja $Ax = y$. Nekoliko šibkejša lastnost je poltranzitivnost. Prvič sta pojem uvedla H. Rosenthal in V. Troitsky v članku [8].

Definicija 1. Družina $\mathcal{A}$ je *poltranzitivna*, če za vsaka dva neničelna vektorja $x, y \in \mathbb{F}^n$ obstaja takšna matrika $A \in \mathcal{A}$, da velja $Ax = y$ ali pa velja $Ay = x$.

Pojem poltranzitivnosti je zelo naravna posplošitev pomembnega pojma tranzitivnosti. Tranzitivnost so mnogi avtorji študirali za različne množice $\mathcal{A}$, ki imajo tudi kako algebraično strukturo, na primer grupe, polgrupe, vektorske prostore in algebre. Dobro znan je Burnsidov izrek, ki pravi, da v primeru algebraično zaprtega obsega $\mathbb{F}$ algebra $\mathbb{M}_n(\mathbb{F})$ nima nobene prave tranzitivne podalgebre. Če predpostavimo, da je družina $\mathcal{A}$ samo vektorski prostor, potem je takih družin veliko. V članku [1] je dokazan izrek, ki pravi, da je dimenzija poljubnega tranzitivnega vektorskega podprostora v $\mathbb{M}_n(\mathbb{F})$ vsaj $2n - 1$.