

KOTALJENJE KROŽNICE PO REGULARNI KRIVULJI

PRIMOŽ MORAVEC

Fakulteta za matematiko in fiziko

Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 53A04

V članku izpeljemo parametrično enačbo krivulje, po kateri se giblje izbrana točka na krožnici, ki se brez zdrsavanja kotali po regularni krivulji. Obravnavamo tudi kotaljenje po prostorskih krivuljah.

ROLLING OF A CIRCLE OVER A REGULAR CURVE

In this paper we find a parametric equation of a curve which is the locus of points generated by a fixed point of a circle as it rolls over a regular curve without slipping. We also consider the rolling of a circle over a space curve.

1. Uvod

Če krožnico zakotalimo po vodoravni podlagi, pri čemer gibanje poteka brez zdrsavanja, krivuljo, ki jo opiše izbrana točka na krožnici, imenujemo *cikloida*. Ime je postavil Galileo Galilei leta 1599, ko je to krivuljo preučeval v zvezi z gibanjem planetov. Cikloida je že v sedemnajstem stoletju imela pomembno vlogo v geometriji. Pravili so ji celo „Helena geometrov“, saj je povzročala pogoste spore med matematiki tistega časa. Več o zgodovinskem ozadju te krivulje in nekaterih posplošitev lahko bralec najde v Proctorjevi knjigi [?].

Cikloida ima pomembno vlogo tudi v fiziki. To je namreč krivulja, ki je rešitev problema *brahistohrone*. Ta variacijski problem sprašuje po enačbi krivulje, ki gre skozi dani točki T_1 in T_2 , po kateri se mora gibati točkasto telo pod vplivom sile teže, da bo v brezračnem prostoru prišla najhitreje od T_1 do T_2 . Problem in njegova rešitev sta obravnavana tudi v Vidavovi knjigi [?]. Poleg tega je Christiaan Huygens v sedemnajstem stoletju uporabil lastnosti cikloid pri konstrukciji natančnih ur, ki so se uporabljale v navigaciji. Geometrijske in fizikalne lastnosti cikloid ter nekaterih posplošitev je podrobno opisal Lockwood [?].

Postavimo celotno dogajanje v ravninski kartezični koordinatni sistem, pri tem pa zaradi enostavnosti predpostavimo, da se krožnica polmera R kotali po abscisni osi. Če na začetku krožnico postavimo tako, da se abscise