

LOGISTIČNI POLINOMI

MARKO RAZPET

Pedagoška fakulteta v Ljubljani

Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 11B68, 11B73, 11B83.

V prispevku pokažemo, kako normalizirana logistična funkcija generira zaporedje polinomov. Obravnavamo nekatere njihove lastnosti in povezave z Bernoullijevimi in Stirlingovimi števili.

LOGISTIC POLYNOMIALS

It is shown how the normalized logistic function generates a sequence of polynomials. Some properties of these polynomials are discussed and some relations with Bernoulli and Stirling numbers are given.

Uvod

V matematiki se pogosto dogaja, da pri reševanju nekega problema opazimo kakšno drobno zanimivost, ki je nismo pričakovali. Če se vanjo malo poglobimo, pa nam morda uspe najti še kakšno presenečenje. Tak primer je preprosta logistična funkcija $t \mapsto y(t)$, s katero opišemo rast populacije pri določenih pogojih. Običajno jo obravnavamo že čisto na začetku pri navadnih diferencialnih enačbah prvega reda (na primer v [5]) kot rešitev logistične diferencialne enačbe $y' = Ky(a - y)$. Navadno iščemo tako rešitev, ki zadošča nekemu začetnemu pogoju $y(0) = y_0 \in (0, a)$. Pri tem sta K in a pozitivni konstanti (nekaj več o tem v [5, 6]). Graf logistične funkcije imenujemo *logistična krivulja*. Rešitev se seveda spreminja, če spreminjamo začetni pogoj. V prispevku bomo spoznali, da je pri obravnavi logistične funkcije smiselno vpeljati zaporedje polinomov, ki jih imenujemo *logistični polinomi* in jih po svoje porodi ali generira ravno logistična funkcija.

V teoriji diferencialnih enačb drugega reda poznamo veliko primerov polinomskih zaporedij. Spomnimo se samo na klasične ortogonalne polinome, na primer na Legendrove, Hermitove in Laguerrove, ki imajo rodovne funkcije in tričlene linearne rekurzije. Logistični polinomi pa imajo bolj zapleteno rekurzijo, kar še posebej pritegne našo pozornost. Pojavijo se tudi pri logistični verjetnostni porazdelitvi (glej [2]).