EULERJEVA ŠTEVILA V ANALIZI

MARKO RAZPET

Pedagoška fakulteta
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2000): 11B68, 26A06, 60E99

V članku definiramo Eulerjeva števila. Pokažemo primere integralov, vsot in številskih vrst, kjer nastopajo Eulerjeva in Bernoullijeva števila. Obravnavan je tudi zakon recipročnega hiperboličnega kosinusa v teoriji verjetnosti.

EULER NUMBERS IN ANALYSIS

In this article, the Euler numbers are defined. We show examples of integrals, sums and series where the Euler and Bernoulli numbers occur. The hyperbolic secant distribution in probability theory is also discussed.

Uvod

Čeprav je v prispevku največ govora o *Eulerjevih številih* v analizi, ga pričenjamo v verjetnostnem računu s preprostim geometrijskim primerom, ki nas bo postopoma pripeljal do Eulerjevih števil in spremljajočih polinomov. Spoznali bomo nekaj zgledov v analizi, kjer nastopajo Eulerjeva števila, seznanili pa se bomo tudi s postopkom, kako lahko na hitro seštejemo nekatere alternirajoče vsote. Izogniti se ne bomo mogli *Bernoullijevim številom*, o katerih pa bomo zapisali le najnujnejše. Tudi sicer Eulerjeva in Bernoullijeva števila pogosto obravnavamo skupaj.

V pravokotnem kartezičnem koordinatnem sistemu (Oxy) iz točke $N(0,1)$ na ordinatni osi potegnemo poltrak, ki oklepa z osjo y slučajno izbrani kot $\mathbf{\Phi}$ (slika 1). Poltrak preseka os x v točki z absciso $\mathbf{X}$. Predpostavili bomo, da je slučajna spremenljivka $\mathbf{\Phi}$ enakomerno porazdeljena na intervalu $(-\pi/2, \pi/2)$.

Geometrijskemu opisu lahko dodamo tudi fizikalno preobleko. V steni $y = 1$ je v točki N izvor delcev, ki potujejo v vseh smereh. Zanima nas, kako je porazdeljena abscisa $\mathbf{X}$, v kateri delec zadene os x, zadetek pa zazna primeren detektor. Pri tem predpostavimo, da je smer delcev popolnoma slučajna in porazdeljena enakomerno glede na kot $\mathbf{\Phi}$.

V nadaljevanju bomo v glavnem uporabljali definicije iz [4]. Porazdelitveno funkcijo katerekoli *zvezno* porazdeljene slučajne spremenljivke $\mathbf{X}$ bomo