LOGISTIČNA PORAZDELITEV

MARKO RAZPET

Pedagoška fakulteta
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2000): 11B68, 26A06, 60E10

V prispevku je predstavljena logistična porazdelitev v povezavi z Bernoullijevimi števili in nekaterimi drugimi porazdelitvami. Podana je tudi izpeljava formule za entropijo logistične porazdelitve.

THE LOGISTIC DISTRIBUTION

In this contribution the logistic distribution in connection with the Bernoulli numbers and some other distributions is presented. The derivation of entropy formula of the logistic distribution is also given.

Uvod

Logistična porazdelitev je zvezna verjetnostna porazdelitev, ki pa jo redko srečamo v učbenikih, čeprav jo je poznal že Pierre François Verhulst (1804–1849) pri svojem modelu rasti populacij. V prispevku bomo obravnavali logistično porazdelitev, izračunali njeno karakteristično funkcijo in njene momente, ki se izražajo z Bernoullijevimi števili. Pokazali bomo tudi, kako je povezana z Laplaceovo porazdelitvijo. Na koncu pa bomo poiskali še njeno diferencialno entropijo in navedli primere uporabe. Za skoraj vse pojme iz verjetnostnega računa, ki se pojavljajo v tem prispevku, najdemo temeljita pojasnila v [**?**].

Eksponentno funkcijo z osnovo e bomo označevali z exp, njeno inverzno funkcijo, naravni logaritem, pa z log. Uporabljali bomo tudi hiperbolične funkcije , , , ki so definirane z izrazi: $x = (\exp x + \exp(-x))/2$, $x = (\exp x - \exp(-x))/2$, $x = x/x$. Vse potrebno o teh funkcijah, realnih in kompleksnih, najdemo v [**?**].

Rast populacije pogosto opišemo z diferencialno enačbo z začetnim pogojem. S funkcijo $t \mapsto y(t)$ povemo, da je v času t velikost populacije enaka $y(t)$. Kako hitro populacija raste v času t, pa pove odvod $y'(t)$. Pri najenostavnejšem modelu rasti je hitrost rasti populacije v času t premo sorazmerna z njeno velikostjo v tem času, kar nam da linearno diferencialno enačbo $y' = ky$, kjer je k pozitivna konstanta. Če imamo še začetni pogoj $y(0) = y_0 > 0$, potem diferencialno enačbo hitro rešimo in dobimo: $y(t) = y_0 \exp(kt)$. Rast je eksponentna. Rešitev dobro opisuje dejansko rast le za majhne t. Ker pa je $\lim_{t\to\infty} y(t) = \infty$, bi taka populacija prej ali slej napolnila še tako velik prostor.