

POT NA LUNO

JANEZ STRNAD

Fakulteta za matematiko in fiziko

Univerza v Ljubljani

PACS: 45.20.dg, 45.50.Pk

Gibanja izstrelka z Zemlje na Luno z najmanjšo mogočo začetno kinetično energijo zlahka opišemo z energijske plati. Na težavo pa naletimo pri računanju časovne odvisnosti. Izstrek v tem primeru ne bi došel na Luno v doglednem času, ker gre skozi labilno ravnovesno lego. Drug preprost zgled je fizično nihalo. Gre za dinamične sisteme, ki so močno občutljivi za začetne pogoje.

MOON TRAVEL

The motion of a projectile from the Earth to the Moon with minimal initial kinetic energy is easily described with respect to energy. Difficulties arise, however, in calculating the time dependence. The projectile in this case would not reach the Moon in reasonable time because it is passing through a labile equilibrium point. Another simple example is the physical pendulum. These are dynamical systems that are highly sensitive to initial conditions.

Ob štiridesetletnici prvega pristanka ljudi na Luni se zdi poučno obdelati preprost model potovanja z Zemlje na Luno. Mislimo na izstrek, ki ga s površja Zemlje izstrelimo proti Luni. Izberemo najmanjšo mogočo začetno kinetično energijo, ki se zdi potrebna, da izstrek dospe na Luno. Ne upoštevamo upora v ozračju in vrtenja Zemlje. Pokaže se, da je primer zanimiv, ker gre izstrek skozi labilno ravnovesno lego.

Po izreku o kinetični in potencialni energiji se vsota kinetične in potencialne energije ohrani, če na izstrek delujeta le Zemlja in Luna z gravitacijo. Energijo preračunamo na enoto mase izstrelka:

$$W/m = \frac{1}{2}v^2 - \mathcal{G}M/r - \mathcal{G}M'/(R-r) = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}V^2(1/x + a/(1-x)).$$

$\mathcal{G} = 6,67428 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg s}^2)$ je gravitacijska konstanta, $M = 5,9736 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ masa Zemlje, $M' = 7,3477 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ masa Lune in $R = 384\,400 \text{ km}$ povprečna razdalja med njunima središčema. Razmerje med maso Lune in maso Zemlje meri $a = M'/M = 0,01230$. Enačbo smo zapisali tudi v brezdimenzijski obliki z $x = r/R$ in ubežno hitrostjo z Zemlje na razdalji Lune, če Lune ne bi bilo tam: $V = \sqrt{2\mathcal{G}M/R} = 1,4403 \text{ km/s}$. Srednji