UVOD V SVET p-ADIČNIH ŠTEVIL

BARBARA DRINOVEC DRNOVŠEK

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 11S80

V članku predstavimo pojem ultrametrične absolutne vrednosti in dokažemo nekaj njenih osnovnih lastnosti. Natančneje se ukvarjamo s p-adično absolutno vrednostjo na polju racionalnih števil in s p-adičnimi števili.

INTRODUCTION TO THE WORLD OF p-ADIC NUMBERS

We introduce the notion of an ultrametric absolute value on a field and present its fundamental properties. In particular, we study p-adic absolute value on the field of rational numbers and p-adic numbers.

Matematiki gradimo svoj svet iz pravil, ki jih imenujemo aksiomi. Aksiome povzamemo po lastnostih, ki jih v našem svetu pričakujemo. Če aksiome dobro izberemo, definirajo neprotislovno teorijo. Primer take teorije je evklidska geometrija. Zgodi se, da lahko katerega od aksiomov nadomestimo z drugim in dobimo drugačno neprotislovno teorijo. Na primer, če aksiom o vzporednici nadomestimo z aksiomom, ki zagotavlja, da skozi dano točko, ki ne leži na premici p, poteka več kot ena vzporednica k premici p, dobimo drugačno geometrijo, ki se imenuje *hiperbolična geometrija*.

V članku trikotniško neenakost, ki velja za običajno absolutno vrednost, nadomestimo z močnejšo lastnostjo, ki se imenuje ultrametrična lastnost. Tako dobimo absolutne vrednosti s presenetljivimi lastnostmi.

1. Absolutne vrednosti in metrike na $\mathbb{Q}$

Običajna evklidska razdalja med racionalnima številoma x in y je podana z $d(x, y) = |x - y|$ in je inducirana z običajno absolutno vrednostjo na $\mathbb{Q}$. Pravila, ki veljajo za običajno absolutno vrednost, združimo v definicijo absolutne vrednosti na poljubnem polju $\mathbb{F}$, to je na komutativnem obsegu. Seštevanje v $\mathbb{F}$ bomo označili s $+$, množenje pa s $\cdot$.

Definicija 1. Realno funkcijo $|\cdot|\colon \mathbb{F} \to \mathbb{R}$ imenujemo *absolutna vrednost*, če ima naslednje lastnosti: