HADAMARDOVE MATRIKE IN MISIJA MARINER 9

ALEKSANDAR JURIŠIĆ

Fakulteta za računalništvo in informatiko
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2000): 05B20, 05B25, 05B30, 05C12, 05C62, 05C50, 05E20, 05E30, 05E35, 68R05, 68R10, 68R141, 11T71, 51E, 52C

J. Hadamard (1865–1963) je bil eden izmed pomembnejših matematikov na prehodu iz 19. v 20. stoletje. Njegova najpomembnejša dela zajemajo področja teorije analitičnih funkcij in matematične fizike. Najbolj znan pa je po dokazu izreka o gostoti praštevil (leta 1896, hkrati s C. J. De La Vallée-Poussinom). V tem članku predstavljamo Hadamardove matrike, njihove karakterizacije s Hadamardovimi grafi, geometrijami in Hadamardovimi kodami ter nekaj zanimivih konstrukcij in uporabo Hadamardovih matrik v praksi.

HADAMARD MATRICES AND MARINER 9 MISSION

J. Hadamard (1865–1963) was one of more important mathematicians at the turn of the 19^{th} century. He is most celebrated for his contributions in analitycal functions and mathematical physics. His most important result is the prime number theorem, which he proved in 1896 (at the same time as C. J. De La Vallée-Poussin). In this article we introduce Hadamard matrices, their characterizations with Hadamard graphs, geometries and Hadamard codes, some interesting constructions and applications of Hadamard matrices in practice.

Hadamardove matrike

Naj bo A kvadratna matrika z n stolpci, za katero velja $|(A)_{ij}| \le 1$. Kako velika je lahko $\det A$? Če si vrstice (oziroma stolpce) matrike A predstavljamo kot vektorje v $\mathbb{R}^n$, potem je njihova dolžina navzgoraj omejena s $\sqrt{n}$. Po drugi strani pa vemo, da absolutna vrednost determinante predstavlja prostornino paralelepipeda, ki ga določajo ti vektorji, torej velja $|\det A| \le n^{n/2}$. Ali lahko v tej neenakosti velja enakost? V tem primeru so vsi elementi matrike enaki ± 1, vsaki dve različni vrstici (oziroma stolpca) pa morata biti paroma pravokotni. To je bila motivacija Brennerja (1972) za naslednjo definicijo.

Kvadratni matriki H z n vrsticami in z elementi ± 1, za katero velja

$$HH^T = nI_n, \tag{1}$$

pravimo *Hadamardova matrika* reda n. Glede na to, da matrični produkt v (1) sestavljajo produkti vrstic matrike H, lahko stolpce (oziroma vrstice)