# IRACIONALNOST KROŽNE KONSTANTE

MARKO RAZPET

Pedagoška fakulteta
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2000): 11J99, 30E99

V prispevku bomo dokazali, da sta števili $\pi$ in $\pi^2$ iracionalni. Pri tem bomo uporabili nekaj preprostih resnic iz realne in kompleksne analize.

## THE IRRATIONALITY OF THE CIRCULAR CONSTANT

The irrationality of the circular constant is proven by using some simple facts of the real and complex calculus.

Racionalno število $r$ lahko zapišemo kot kvocient celih števil $a$ in $b$, pri čemer je $b \neq 0$: $r = a/b$. Starogrški matematiki so se veliko ukvarjali z razmerji dolžin daljic in kmalu so spoznali, da razmerje med diagonalo in stranico kvadrata, to je $\sqrt{2}$, ni racionalno število. Prav tako so vedeli, da razmerje med diagonalo in stranico pravilnega petkotnika, to je zlato razmerje $\tau = (1 + \sqrt{5})/2$, ni racionalno število. Realna števila, ki niso racionalna, so iracionalna. Torej sta $\sqrt{2}$ in $\tau$ iracionalni števili.

Iracionalno število $\sqrt{2}$ je ničla polinoma $p(x) = x^2 - 2$, ki ima cela koeficienta, število $\tau$ pa je ničla polinoma $q(x) = x^2 - x - 1$, ki ima prav tako cele koeficiente. Ni pa vsako iracionalno število ničla nekega polinoma s celimi koeficienti. Zato je smiselno posebej poimenovati števila, ki so ničle polinomov s celimi koeficienti. Takim številom pravimo *algebraična števila*. Število, ki ni algebraično, je *transcendentno*. Števili $\sqrt{2}$ in $\tau$ sta torej algebraični. Očitno je vsako racionalno število algebraično. Samo po sebi se zastavlja vprašanje, kakšno je v tem pogledu število $\pi$. Šele leta 1761 je Johann Heinrich Lambert (1728–1777) dokazal, da je število $\pi$ iracionalno, leta 1882 pa je Carl Louis Ferdinand von Lindemann (1852–1939) dokazal, da je $\pi$ transcendentno število.

Metode dokazovanja, da je neko število racionalno oziroma iracionalno, so različne. Navadno uporabljamo metodo protislovja. Včasih pa poiščemo tak polinom najnižje stopnje s celimi koeficienti, ki ima za ničlo dano število $s$. Če je to število racionalno, denimo $s = a/b$, potem mora $a$ deliti prosti člen tega polinoma, $b$ pa njegov vodilni koeficient. S preverjanjem nato ugotovimo, ali je kateri od možnih kandidatov res ničla polinoma. Če