

KUBIČNI ZLEPKI Z MAJHNO PROŽNOSTNO ENERGIJO

GAŠPER JAKLIČ in EMIL ŽAGAR

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2000): 41A05, 41A15, 65D05, 65D07, 65D17

V članku obravnavamo enega od osnovnih interpolacijskih problemov: dano je zaporedje točk v ravnini, poiskati pa želimo interpolacijsko krivuljo, ki se „dobro“ prilega podatkom. Uporabljamo kubični zlepek in metodo, ki minimizira približno prožnostno energijo krivulje. Izpeljemo pogoje za obstoj interpolanta, ki ima lepo obliko (je regularen, nima zank, osti in zavihkov) in predstavimo enostavno lokalno geometrijsko konstrukcijo.

CUBIC SPLINES WITH SMALL STRAIN ENERGY

In the paper one of the basic interpolation problems is considered. A sequence of points in the plane is given. Our goal is to find an interpolatory curve which fits the data “nicely”. Cubic splines are used and a method, which minimizes the approximate strain energy of the curve. Conditions on the existence of the interpolant, which has a nice shape (it is regular, loop-, cusp- and fold-free), are derived and a simple local geometric construction is presented.

1. Uvod

Pomembna veja raziskovanja na meji med računalništvom in matematiko je računalniško podprto geometrijsko oblikovanje (angl. Computer Aided Geometric Design ali na kratko CAGD). Problemi, s katerimi se ukvarjamo raziskovalci na tem področju, so povezani predvsem z geometrijsko predstavitvijo objektov (krivulj, ploskev, teles, ...), ki se pojavljajo v različnih raziskovalnih in industrijskih problemih (konstrukcija letal, ladij, avtomobilov, oblikovanje izdelkov, ...). Panoga je v zadnjih nekaj desetletjih doživela nesluten razvoj, saj je oblikovanje izdelkov postalo pomemben dejavnik v proizvodnem procesu.

Med standardne probleme, ki jih srečamo na omenjenem področju, sodi gotovo konstrukcija ravninskih parametričnih krivulj, ki temelji na interpolaciji danih ravninskih točk. Oglejmo si to nalogo malo podrobneje.

Dane so točke

$$\mathbf{T}_j \in \mathbb{R}^2, \quad j = 0, 1, \dots, n. \quad (1)$$

Iščemo ravninsko parametrično polinomske krivulje $\mathbf{p}: [t_0, t_n] \rightarrow \mathbb{R}^2$ stopnje $\leq n$ (torej $\mathbf{p}(t) = (x_n(t), y_n(t))^T$, kjer sta x_n in y_n skalarna polinoma stopnje