

POŽREŠNO ZAPOREDJE BREZ PONAVLJANJ IN PROBLEM HANOJSKEGA STOLPA

SANDI KLAVŽAR

Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Univerza v Mariboru

Math. Subj. Class. (2000): 68R15, 05A99

Pokazano je, da požrešno zaporedje brez ponavljanj sovпада z zaporedjem premikov diskov v (enolični) optimalni rešitvi problema Hanojskega stolpa.

GREEDY NONREPETITIVE SEQUENCE AND THE TOWER OF HANOI PROBLEM

It is shown that the greedy nonrepetitive sequence coincides with the sequence of moves of disks in the (unique) optimal solution of the Tower of Hanoi problem.

1. Požrešno zaporedje brez ponavljanj

Pred kratkim je Boštjan Brešar v Obzorniku predstavil zanimiv koncept zaporedij brez ponavljanj [2]. Spomnimo se ključne definicije. Zaporedje $x_1, x_2, \dots, x_n$ je *brez ponavljanj*, če ne vsebuje podzaporedja **zaporednih** členov oblike

$$y_1, y_2, \dots, y_m, y_1, y_2, \dots, y_m,$$

kjer je $m \geq 1$. Takemu podzaporedju zaporednih členov pravimo *kvadrat*, zato za zaporedje brez ponavljanj rečemo tudi, da je *brez kvadratov*. Na primer, zaporedje a, b, c, d, e je očitno brez ponavljanj oz. brez kvadratov, medtem ko zaporedje $a, b, a, c, a, b, c, a, b, a$ vsebuje kvadrat c, a, b, c, a, b . V nadaljevanju bomo brez izgube za splošnost obravnavali zaporedja, katerih členi so naravna števila.

Pri algoritmičnem reševanju problemov pogosto uporabljamo t. i. *požrešni način*, ki, grobo povedano, rešitev gradi postopoma in na vsakem koraku postopka izbere delno rešitev, ki zadošča „požrešnemu kriteriju“. Poglejmo si, kaj dobimo s požrešnim načinom v primeru zaporedij brez ponavljanj. Natančneje, konstruirajmo neskončno zaporedje brez ponavljanj tako, da na vsakem koraku izberemo najmanjše možno število, ki ne naredi kvadrata. Očitno je na ta način zaporedje enolično določeno, zato ga poimenujmo *požrešno zaporedje brez ponavljanj*, označimo ga z $(a_i)_{i \geq 1}$.