

BILJARDI

MITJA LAKNER

Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Univerza v Ljubljani

in

PETER PETEK

Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko

Math. Subj. Class. (2000): 37D50

Biljardi so enostavni dinamični sistemi, kjer lahko opazujemo prehod od popolnoma urejenega, integrabilnega, do popolnoma neurejenega, kaotičnega, ergodičnega sistema. Začnemo z eliptičnim biljardom, ki ga s povečevanjem motnje spreminjamo, sledimo razpadu invariantnih krožnic v skladu z izrekom K. A. M.

BILLIARDS

Billiards are simple dynamical systems, where we can observe the transition from the totally ordered, integrable, system to a completely disordered, chaotic, ergodic system. Starting with the elliptic billiard a perturbation is increasing and we follow the decay of invariant circles according to the K. A. M. theorem.

1. Geometrija in pravila igre

Biljard je igra na pravokotni mizi, kjer se igralci trudijo z natančno odmerjenimi udarci spraviti raznobarvne krogle v luknje na robu. Obravnavali bomo Birkhoffov [1] biljard, ki se igra na ravnini $\mathbb{R}^2$, kjer leži enostavna gladka sklenjena krivulja $\mathcal{K}$, ki ograjuje območje $\mathcal{D}$. Običajno zahtevamo še konveksnost območja. Sem in tja rahlo popustimo in dovolimo tudi nekonveksna območja, včasih tudi končno mnogo vogalov, kjer se krivulja zlomi. Vendar bomo v tem članku ostali pri strogih zahtevah, torej bo območje $\mathcal{D}$ konveksno in krivulja $\mathcal{K}$ gladka.

Vsa igra pravzaprav poteka znotraj območja, kjer se nahaja en sam samcat delec, ki mu zaradi enostavnosti dodelimo maso $m = 1$ in enotsko hitrost $\vec{v}$; $|\vec{v}| = 1$. Ko delec zadene rob območja, krivuljo $\mathcal{K}$, se elastično odbije po odbojnem zakonu: **Odbojni kot je enak vpadnemu.**

Gladkost krivulje v vsaki točki zagotavlja, da vedno imamo tangento in zgornji predpis lahko deluje. Elastičnost odboja pomeni, da ne gre nič energije v izgubo, da je torej še naprej $|\vec{v}| = 1$, čeprav se smer hitrosti spremeni.